

[文章编号] 1001-246X(2009)05-0725-06

# 蒙特卡罗剂量分布去噪中三维高斯和 Savitzky-Golay 滤波器的改进与混合

杨 铸<sup>1</sup>, 李国丽<sup>1,2</sup>, 林 辉<sup>3</sup>, 陶 磊<sup>1</sup>, 周金斌<sup>1</sup>, 曹瑞芬<sup>4</sup>,  
景 佳<sup>4</sup>, 吴爱东<sup>4</sup>, 吴宜灿<sup>4</sup>, 黄家兵<sup>5</sup>

(1. 合肥工业大学电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 浙江工业大学信息工程学院, 浙江 杭州 310014;  
3. 合肥工业大学理学院, 安徽 合肥 230009; 4. 中科院等离子体物理研究所, 安徽 合肥 230031;  
5. 皖西学院机械与电子工程系, 安徽 六安市 237012)

[摘 要] 对模拟粒子轨迹数较少模拟时间较短的蒙特卡罗粗糙剂量分布进行三维滤波, 可以加速其收敛速度. 结合蒙特卡罗剂量分布特征, 改进三维高斯和 Savitzky-Golay 滤波器, 建立三维混合滤波方法, 并比较并联和级联两种基本混合方式. 根据卷积性质, 提出用等效卷积核简化混合滤波器结构的方法. 结果表明, 改进后的高斯和 Savitzky-Golay 滤波器的整体去噪效果得以增强, 混合滤波器进一步降低滤波结果的局部误差, 两种混合滤波器都能够大幅度抑制 MC 粗糙剂量分布中的噪声, 级联混合滤波器降噪效果略优于并联混合滤波器.

[关键词] 蒙特卡罗方法; 高斯滤波; Savitzky-Golay 滤波; 混合滤波; 剂量分布

[中图分类号] R730.55 [文献标识码] A

## 0 引言

蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)方法,亦称随机模拟方法,通过随机模拟粒子与物质的相互作用过程,得到粒子在介质中的沉积能量近似分布.MC方法因为精度高及可以处理不规则几何结构等诸多优点,被公认为模拟粒子输运的强有力工具,但MC方法收敛速度慢,计算时间长,统计涨落(即不确定性或噪声)不可避免.理论上,当模拟粒子轨迹数趋于无穷大时,计算点剂量趋近于真实值.虽然MC方法是目前最精确的剂量计算方法,但较长的模拟时间阻碍了它在临床治疗中的应用<sup>[1]</sup>.如何在保持高精度的前提下加快MC计算速度,是本工作组正在发展的精确放射治疗系统(Accurate Radiation Therapy System, ARTS)须要研究的课题之一<sup>[2]</sup>.

为了使MC模拟结果能够应用于临床,Deasy等提出基于数字滤波去噪加速蒙特卡罗剂量分布的技术<sup>[3,4]</sup>,即通过对模拟轨迹数较少的剂量分布进行数字平滑,降低随机噪声,既减少了模拟时间,又能够使计算精度达到临床应用要求.文[3,4]讨论了二维高斯(Gauss Filter)和局部最小二乘滤波器(Local Least-Squares Filter, LLS)在二维剂量分布中的应用,文[5]将塞维茨基-格雷滤波器(Savitzky-Golay Filter, SG)应用于二维图像平滑,文[6,7]分别将高斯和SG滤波器推广到三维,并应用于MC剂量分布去噪.

本文实现并改进了三维高斯和SG滤波器对MC剂量分布的降噪技术,在此基础上,运用信号处理方法,对两种滤波器混合使用,混合方式分并联和级联两种.测试结果表明,改进后的单个滤波器性能得到了改善,同时,使用混合滤波方法,可进一步提高滤波效果.相比之下,级联混合方式滤波效果略优于并联方式.

## 1 材料和方法

测试算例:通过通用的MC程序EGSnrc V4(2007年2月版,Windows操作平台)/DOSXYZnrc模拟临床光子束(10 MV Mo<sup>h</sup>an 能谱)入射30 cm ×30 cm ×30 cm水模的能量分布<sup>[8]</sup>.其中模拟粒子轨迹数为 $5 \times 10^7$ 剂量

[收稿日期] 2008-04-11; [修回日期] 2008-09-05

[基金项目] 国家“973”前期研究专项(2006CB708307)、国家自然科学基金(60872112,10805012)、浙江省自然科学基金项目(Z207588)、安徽省高校自然科学基金项目(KJ2008B268)及合肥工业大学校科学研究发展基金(071002F)资助项目

[作者简介] 杨 铸(1982-),男,安徽滁州,硕士生,从事医学信息处理方面的研究.

分布,作为滤波前的粗糙剂量(Rough Dose),以模拟粒子轨迹数为  $1 \times 10^9$  的剂量分布作为比较基准(Benchmark),基准剂量分布在野内不确定度(Uncertainty)在 1%以内,野外最大不确定度 9.2%。网格大小  $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ ,体素数目 540 000 点。源皮距(SSD) 100 cm,射野大小  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 。坐标系(图 1):三维坐标原点  $O$  设在水模表面对称中心处,射线束垂直入射到水模表面,射线束中心轴穿过原点  $O$ ,作为  $Z$  轴(即水模深度), $Z$  轴正方向同入射方向。 $XOY$  坐标平面设在水模表面,其中  $X, Y$  轴分别垂直于表面矩形相邻边。编程语言:C++。

### 1.1 三维高斯和 Savitzky-Golay 滤波器

三维高斯和 SG 滤波器的原理和详细数学模型见文[6,7]。以下仅作简要说明,重点讨论两种滤波器的特点及改进。

为将滤波去噪技术应用于 MC 剂量分布, Madansky

提出了方差稳定性变换(Variance stabilizing transformation)方法<sup>[9]</sup>,文[3]从数学推导和实验角度验证了该变换在 MC 剂量分布中的适用性。设含噪声的粗糙剂量为  $d$ ,对  $d$  应用平滑滤波处理,首先对  $d$  作变换,使得粗糙剂量方差近似为常数,变换的表达式为

$$D = \sqrt{d}, \quad (1)$$

然后,对变换后的剂量  $D$  进行三维滤波去噪得到滤波后剂量  $D$ ,最后,将  $D$  平方得到最终的滤波后剂量  $d$ 。

三维高斯滤波器需要一个窗口大小为  $L \times M \times N$  ( $L, M, N$  分别对应于  $X, Y, Z$  三个坐标方向,且均为奇数)的三维高斯卷积核  $H$ ,  $H$  可以由三维离散高斯函数  $h$  计算得到。三维离散高斯函数定义为

$$h(l, m, n) = h_0 + A \exp \left[ - \frac{(l - l_0)^2 + (m - m_0)^2 + (n - n_0)^2}{2^2} \right], \quad (2)$$

$$l = - \frac{L-1}{2}, - \frac{L-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{L-1}{2} - 1, \frac{L-1}{2};$$

$$m = - \frac{M-1}{2}, - \frac{M-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{M-1}{2} - 1, \frac{M-1}{2};$$

$$n = - \frac{N-1}{2}, - \frac{N-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2} - 1, \frac{N-1}{2};$$

为粗糙剂量的标准差。 $A = 1, h_0 = l_0 = m_0 = n_0 = 0$ 。

从精度上来讲,卷积核窗口越大平滑越好。假定  $L = M = N = s$  ( $s$  可视为问题的规模),根据卷积原理,可估算出单个剂量点的程序时间复杂度(Order)为

$$T(s) = O(s^3), \quad (3)$$

因此,大尺寸窗口会急剧增加程序时间开销。通过测试不同大小窗口的卷积核,发现窗口大小为  $3 \times 3 \times 3$  时,能够达到很好的平滑效果。因此本文选用卷积核窗口大小为  $3 \times 3 \times 3$ 。由三维离散高斯函数的数学形式和定义域可知,高斯卷积核在三个坐标方向上关于中心点对称。在剂量变化趋势是非线性的区域,滤波后,剂量会出现整体失真现象。MC 剂量分布因为建成区的存在,在沿射线束方向上,剂量分布先增加后减小,且增减趋势是非线性的,因此三维高斯滤波后的剂量分布会出现各深度上的剂量被不同程度的“拉高”或“拉低”现象(图 2(a)),在我们所了解的文献中这是未曾提及的。为此,本文结合 MC 剂量分布特征,对三维高斯滤波器加以改进。对滤波前后每一深度处的野内剂量分别进行统计求和,并求各自均值,以此为依据,将每一深度处的滤波后剂量乘以相应比例。改进后的三维高斯滤波器取得了较为满意的效果(图 2(b))。

三维 Savitzky-Golay 滤波器,源自局部最小二乘原理在化学频谱分析中的应用<sup>[10]</sup>。其基本思想是,每个体

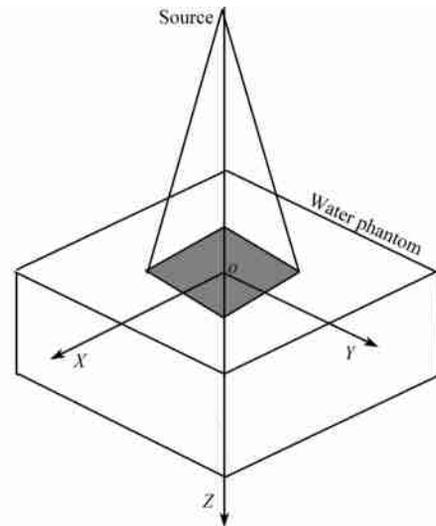


图 1 坐标系

Fig. 1 Reference frame

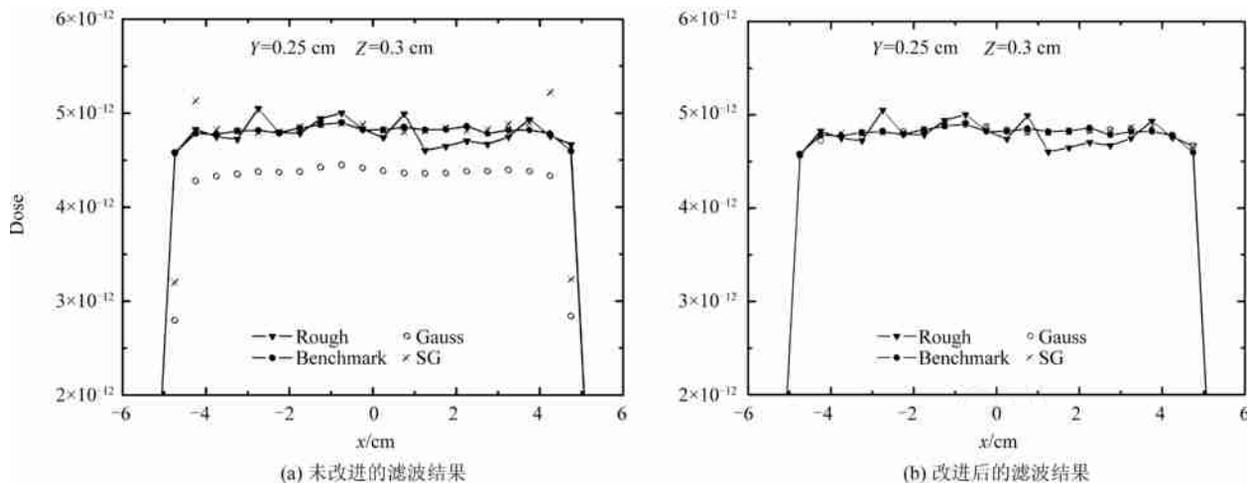


图 2 改进前后滤波结果对比

Fig. 2 Denoising with unimproved and improved 3D filters

素的邻域用一个高次多项式拟合,多项式系数可以用最小二乘原理确定,并建立一个窗口大小为  $L \times M \times N$  ( $L, M, N$  均为奇数)的卷积核,多项式在窗口中心的值即为计算点的滤波后剂量值. 计算 SG 卷积核需要解矩阵方程. 幸运的是,SG 卷积核独立于剂量分布,可以事先计算并保存为系数矩阵,它仅由滤波器维数、窗口大小和阶数确定. 我们选用的三维 SG 滤波器为三阶,窗口大小  $5 \times 5 \times 3$ . 系数矩阵由 MATLAB 解矩阵方程得到. 值得注意的是,SG 卷积核中存在负系数,因此,当 SG 滤波器直接应用于 MC 剂量分布去噪时,在照射野边界处(非半影区),会有部分剂量点在滤波后成为奇点(滤波前后剂量发生异常跳变,图 2(a)). 通过误差分析,发现奇点的误差被扩大了,即滤波后的误差大于粗糙剂量的误差. 因此,对于奇点,本文不进行滤波处理. 经过改进的 SG 滤波器同样考虑了 MC 剂量分布的特征,利用统计原理,识别滤波前后剂量变化正常点和奇点,并将奇点剂量恢复为粗糙剂量. 图 2(b)展示了改进后的滤波结果,表明奇点被准确识别.

对图 2 作简要说明,仅以  $Y=0.25 \text{ cm}, Z=0.3 \text{ cm}$  处的一维剂量分布为例,为了便于观察图像细节,这里只绘出了  $x$  轴上我们所关注的那些剂量点,且没有将两种滤波器降噪后的剂量点进行折线连接. 图 2(a)是未改进的三维高斯和 SG 滤波器去噪结果. 很明显,高斯滤波将剂量分布曲线整体“拉低”了,而在 SG 滤波结果的野内边界处,我们观测到两个奇点. 另外需要注意的是,半影区剂量经滤波后误差也被扩大了或变得难以控制. 图 2(b)是改进后的滤波效果,高斯滤波的“拉低”现象被消除,SG 滤波结果中的奇点剂量重新被粗糙剂量替换,半影区剂量也被恢复成粗糙剂量(半影区可以不处理,见文[7]). 整体上,三维高斯和 SG 滤波结果与基准剂量分布相当近似.

### 1.2 信号处理方法

对三维 MC 粗糙剂量分布进行数字滤波需要一个三维卷积核,不同卷积核的滤波效果不尽相同. 空域数字滤波去噪对应的数学模型为卷积计算,三维卷积计算公式为

$$D(x, y, z) = D(x, y, z) * h(i, j, k) = \sum_{i=-\frac{L-1}{2}}^{\frac{L-1}{2}} \sum_{j=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \sum_{k=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} D(x+i, y+j, z+k) h(i, j, k), \quad (4)$$

其中,  $L, M, N$  分别对应于卷积核在  $X, Y, Z$  三个坐标方向的尺寸,且均为奇数. 我们将以上数学模型应用于 MC 剂量分布的去噪处理,根据卷积计算和信号处理原理<sup>[11]</sup>,MC 粗糙剂量  $D$  可视为输入信号,  $h$  为信号处理系统的传递函数(单位冲激响应),那么输出信号  $D$  等于  $D$  与  $h$  的卷积运算,即滤波后剂量.

式(4)中的  $h$  为单一卷积核,为了进一步增强滤波平滑效果,本文将使用多个卷积核,以建立混合滤波器. 多个卷积核混合方式有多种,但最基本方式分为并联和级联两种.

图 3 是混合滤波器的系统框图. 其中,  $h_1$  选用 SG 卷积核,  $h_2$  采用高斯卷积核. 图 3(a)为并联混合方式,图 3(b)为级联混合方式. 本文将用软件实现这两种结构的数字信号处理系统,并应用于 MC 剂量分布去噪处理.

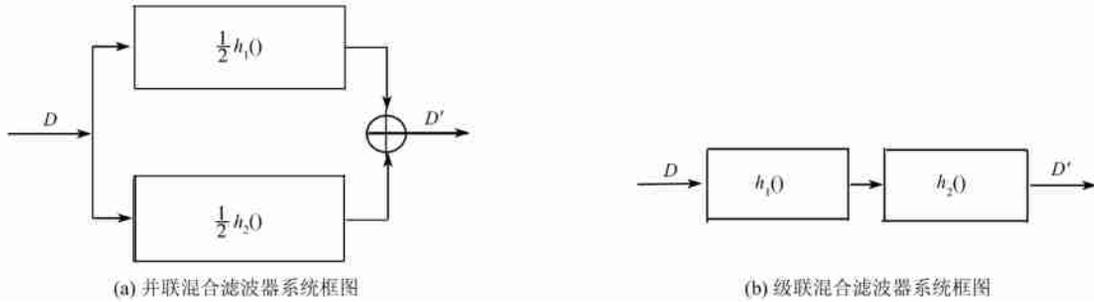


图 3 混合滤波器系统框图

Fig. 3 System block diagrams of mixture filters

1.3 三维混合滤波器

三维并联混合滤波器 (Parallel mixture filter) 的系统框图如图 3(a), 三维 MC 粗糙剂量分布  $D$  分别与 SG 卷积核  $\frac{1}{2} h_1$  和高斯卷积核  $\frac{1}{2} h_2$  卷积运算, 然后对两个滤波器结果求和, 得到滤波后的剂量分布  $D$  .

三维级联混合滤波器 (Cascade mixture filter) 的系统框图如图 3(b), 三维 MC 粗糙剂量分布  $D$  先与 SG 卷积核  $h_1$  卷积运算, 然后将输出结果与高斯卷积核卷积  $h_2$  卷积运算, 最后的输出结果  $D$  即为滤波后剂量分布.

推而广之, 以上混合结构中的  $h_1$  和  $h_2$  也可以替换成并联或级联子结构, 这样便构成了更为复杂的混合滤波器, 不妨称之为混联滤波器 (Series and parallel filter). 本文仅就最基本的两种混合方式进行讨论.

用软件实现的并联和级联混合滤波器, 它们的程序时间开销是相当的, 均为  $h_1$  和  $h_2$  的卷积计算时间之和. 利用卷积性质, 可以将以上两种混合结构进行简化, 构造的等效卷积核为

$$h_p () = \frac{1}{2} h_1 () + \frac{1}{2} h_2 (), \tag{5}$$

$$h_c () = h_1 () * h_2 (), \tag{6}$$

其中卷积核  $h_p$  等效于  $h_1$  与  $h_2$  的并联, 它等于两个核的和; 卷积核  $h_c$  等效于  $h_1$  与  $h_2$  的级联, 它等于两个核的卷积. 这样, 图 3 中的多卷积核结构被分别等效成  $h_p$  和  $h_c$  的单卷积核结构. 需要注意的是, 等效卷积核有新的窗口大小. 设  $h_1$  的窗口大小为  $L_1 \times M_1 \times N_1$ ,  $h_2$  的窗口大小为  $L_2 \times M_2 \times N_2$ , 则并联等效窗口大小为  $\max(L_1, L_2) \times \max(M_1, M_2) \times \max(N_1, N_2)$ , 级联等效窗口大小为  $(L_1 + L_2 - 1) \times (M_1 + M_2 - 1) \times (N_1 + N_2 - 1)$ .

1.4 两种混合滤波器去噪效果比较

为了定量评估两种混合滤波器的效果, 表 1 给出了  $Z = 1.5 \text{ cm}$ ,  $5.1 \text{ cm}$  以及  $10.1 \text{ cm}$  深度处的均方根偏差 (Root Mean Square Deviation, RMSD), 均方根偏差定义为

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K \left[ \frac{d_k - bd_k}{bd} \right]^2}{K}} \times 100 \%, \tag{7}$$

其中  $bd$  为基准剂量,  $K$  为参与评估的剂量点数目.

表 1 均方根偏差 (%)

Table 1 Root Mean Square Deviations (%)

	$Z = 1.5 \text{ cm}$			$Z = 5.1 \text{ cm}$			$Z = 10.1 \text{ cm}$		
	整体	射野	野外	整体	射野	野外	整体	射野	野外
并联混合滤波	6.21	0.95	6.57	5.97	1.25	6.37	7.26	1.83	7.76
级联混合滤波	5.98	0.97	6.33	5.64	1.20	6.02	6.95	1.64	7.43
粗糙剂量分布	16.71	2.10	17.71	14.94	2.27	16.03	13.74	2.52	14.73

为了突出感兴趣区域剂量误差, 表 1 将剂量分布不同区域的  $RMSD$  分别计算.  $RMSD$  反映了滤波后剂量

分布整体偏离基准剂量分布的程度(离散程度),  $RMSD$  越小表示滤波后剂量分布整体上越接近基准剂量分布. 从表 1 可知, 混合滤波器在很大程度上抑制了 MC 粗糙剂量分布中的统计涨落. 相比之下, 级联混合滤波器的  $RMSD$  比并联混合滤波器的小, 即级联混合滤波器滤波后剂量分布整体偏离基准剂量分布的程度较小, 这意味着级联混合滤波器滤波性能略优于并联混合滤波器.

为了能够直观地观察三维混合滤波效果, 图 4 给出了  $Z = 1.5$  cm 深度上的二维剂量分布. 从图 4 定性分析也可看出, 级联混合滤波器的滤波效果比并联混合滤波器好.

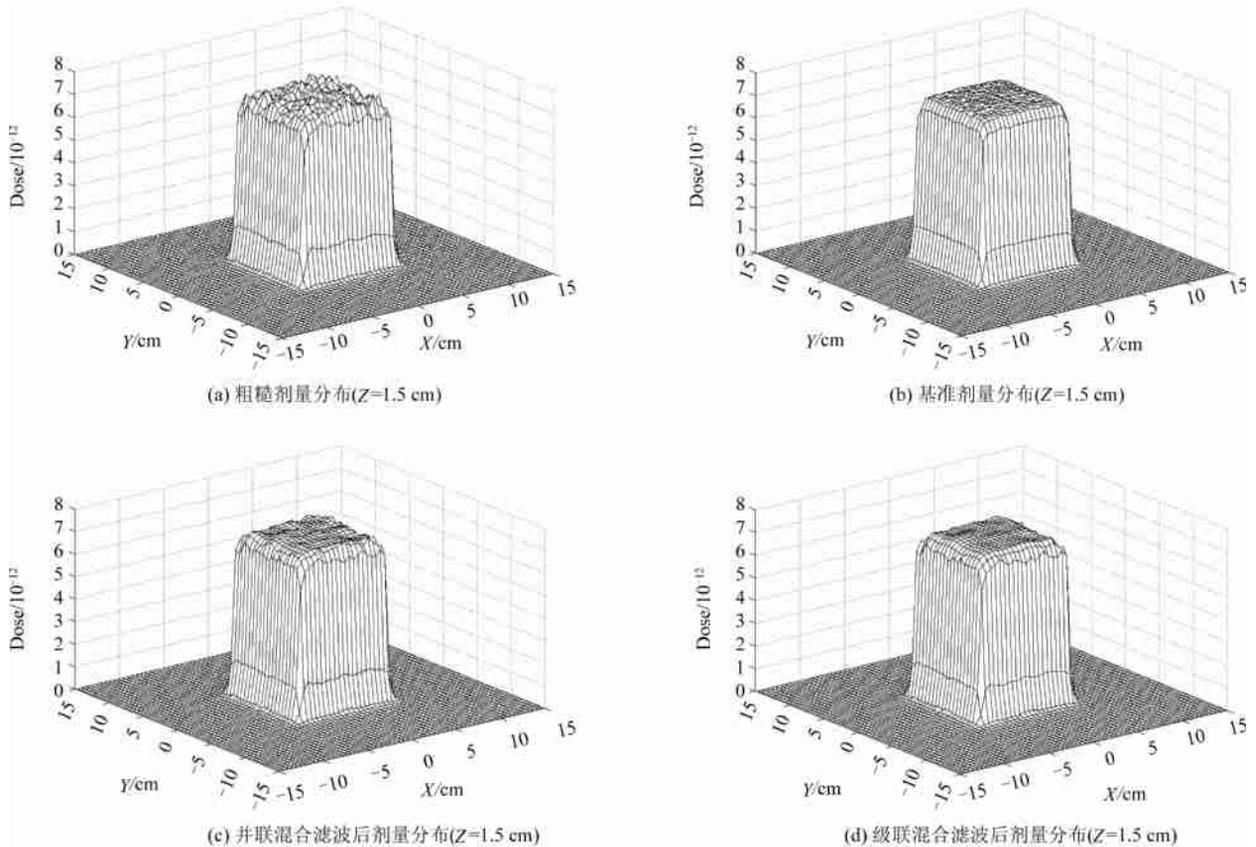


图 4  $Z = 1.5$  cm 深度上的二维剂量分布

Fig. 4 2D dose distributions at depth  $Z = 1.5$  cm

## 2 结论与讨论

本文分析了三维高斯和 Savitzky-Golay 滤波后的 MC 剂量分布的局部特点, 结合 MC 剂量分布特征, 对两种滤波器进行了改进, 并将改进后的滤波器混合使用. 误差分析显示, 改进后的高斯和 SG 滤波器减小了 MC 剂量分布的局部误差, 在改进后的滤波器基础上建立的混合滤波器进一步增强对粗糙 MC 剂量分布滤波效果. 重点讨论和比较了并联和级联两种混合方式. 相比之下, 级联混合滤波器滤波效果整体优于并联混合滤波器. 同时, 依据卷积性质提出了等效卷积核的计算方法, 将多卷积核结构简化成单卷积核结构. 根据信号与系统原理可知, 用并联和级联两种基本结构可以构造任意的复杂拓扑结构, 即运用并联混合滤波器和级联混合滤波器可以组合成任意的复杂滤波器.

### [参 考 文 献]

- [1] 林辉, 吴宜灿, 陈义学. 基于临床实例的影响蒙特卡罗程序 MCNP 计算精度和速度的若干参数模拟研究[J]. 原子核物理评论, 2006, 23(2): 237.
- [2] 吴宜灿, 李国丽, 等. 精确放射治疗系统 ARTS 的研究与发展[J]. 中国医学物理学杂志, 2005, 22(6): 683 - 690, 702.

- [ 3 ] Joseph O Deasy , et al. Denoising of electron beam Monte Carlo dose distributions using digital filtering techniques[J]. Phys Med Biol , 2000 , **45** :1765 - 1779.
- [ 4 ] Joseph O Deasy , et al. Accelerating Monte Carlo simulations of radiation therapy dose distributions using wavelet threshold de-noising [J]. Med Phys , 2002 , **29** :2366 - 2373.
- [ 5 ] John Krumm. Savitzky-Golay filters for 2D images[R]. Microsoft Research , 2001.
- [ 6 ] 林桂粉 ,罗立民. 基于三维高斯滤波去噪加速蒙特卡罗剂量分布模拟[J]. 中华放射医学与防护杂志 ,2006 ,**26**(4) :239 - 240.
- [ 7 ] 林桂粉 ,罗立民. 基于三维 Savitzky-Golay 滤波的蒙特卡罗剂量分布去噪[J]. 数据采集与处理 ,2006 ,**21**(4) :339 - 443.
- [ 8 ] 林辉 ,宋钢 ,赵攀 ,等. 蒙特卡罗程序 MCNP、EGSnrc、DPM 剂量计算比较研究[J]. 中华放射医学与防护杂志 ,2007 ,**27**(5) :473 - 476.
- [ 9 ] Madansky A. Prescriptions for working statisticians[M]. New York :Springer , 1988.
- [ 10 ] Savitzky A , Golay MJ E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures[J]. Anal Chem , 1964 ,**36**(8) : 1627 - 1639.
- [ 11 ] Alan V Oppenheim. Signals & Systems[M]. Second ed. Publishing House of Electronics Industry , 2002.

## Improvement on Three-dimensional Gaussian and Savitzky-Golay Filters in Denoising of Monte Carlo Dose Distributions

YANG Zhu<sup>1</sup> , LI Guoli<sup>1,2</sup> , LIN Hui<sup>3</sup> , TAO Lei<sup>1</sup> , ZHOU Jinbin<sup>1</sup> , CAO Ruifen<sup>4</sup> , JINGJia<sup>4</sup> ,  
WU Aidong<sup>4</sup> , WU Yican<sup>4</sup> , HUANGJiabing<sup>5</sup>

(1. Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China ; 2. Zhejiang University of Technology , Hangzhou 310034 , China ;

3. Natural Science Institute , Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China ;

4. Institute of Plasma Physics , Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China ; 5. West Anhui University , Luan 237012 , China)

**Abstract :** With three-dimensional (3D) filtering in Monte Carlo rough dose distributions with less particle history and short simulation time convergence is accelerated. We improve 3D Gaussian and Savitzky-Golay filters considering features of Monte Carlo dose distribution. Parallel and cascade mixture methods with 3D Gaussian and Savitzky-Golay filters are compared. A method simplifying mixture filter structure using equivalent convolution kernel is put forward. It shows that the improved Gaussian and Savitzky-Golay filters enhance denoising. The mixture filter reduces local errors of filtering results. Two types of mixture filters reduce noise in Monte Carlo dose distributions. Filtering of cascade mixture filter is slightly better than that of parallel mixture filter.

**Key words :** Monte Carlo method ; Gaussian filter ; Savitzky-Golay filter ; mixture filter ; dose distribution